



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

ΛΟΓΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 2023-2024

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΖΟΜΠΑΚΗΣ

Λογική Σχεδίαση @ DIT - ΗΥΑ

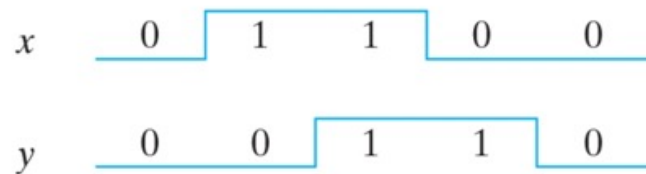


Αναπαράσταση Πληροφορίας & Αριθμητικά Συστήματα



Ψηφιοποίηση – Ψηφιακό Σύστημα

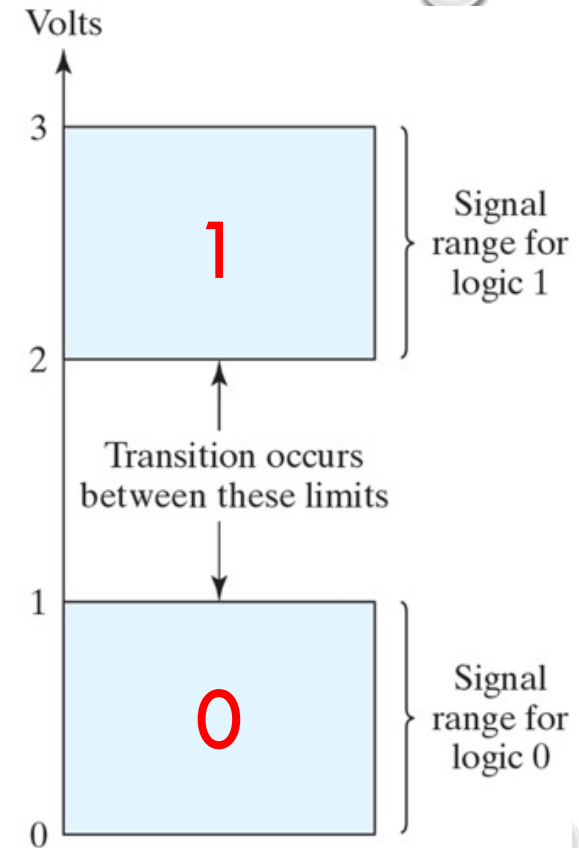
- ✓ Οι ψηφιακοί υπολογιστές είναι ένα παράδειγμα ψηφιακού συστήματος, των οποίων βασικό χαρακτηριστικό είναι η **επεξεργασία διακριτών στοιχείων πληροφορίας**
- ✓ Τα διακριτά στοιχεία πληροφορίας μπορεί να είναι δεκαδικά ψηφία, γράμματα αλφαβήτου και κάθε άλλο σύνολο σύμβολων
- ✓ Τα **διακριτά στοιχεία** αναπαρίστανται σε ένα ψηφιακό σύστημα με κάποιες φυσικές ποσότητες (π.χ. τάσεις, ρεύματα).



- ✓ Στα ψηφιακά συστήματα οι τιμές των φυσικών ποσοτήτων είναι κβαντισμένες, δηλαδή το εν γένει συνεχές πεδίο τιμών τους χωρίζεται σε πεπερασμένο αριθμό διαστημάτων (στάθμες) και σε κάθε στάθμη αντιστοιχεί ένα σύμβολο.

Λογική Σχεδίαση @ DIT - HUA

- ✓ Στα σύγχρονα ηλεκτρονικά ψηφιακά συστήματα χρησιμοποιούμε δύο στάθμες σημάτων που αντιστοιχούν στα σύμβολα «1» και «0» του δυαδικού αλφαβήτου.





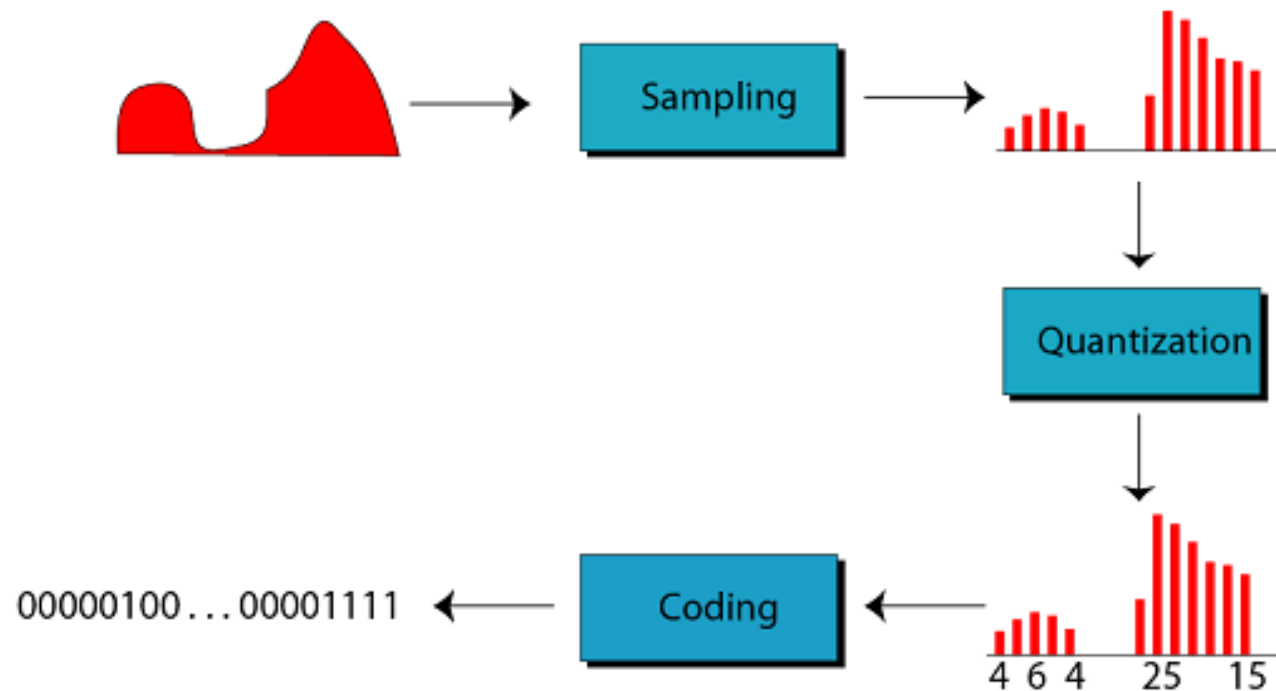
Ψηφιοποίηση – Ψηφιακό Σύστημα

Τα βασικά βήματα:

- Δειγματοληψία (Η διαδικασία με την οποία παράγουμε ένα διακριτό σήμα από ένα συνεχές σήμα)
- Κβαντοποίηση (τα δείγματα ενός σήματος γίνονται διακριτά και ως προς την τιμή τους)
- Κωδικοποίηση (αντιστοίχιση δεδομένων σε ακολουθίες ψηφίων)



Αναπαράσταση πληροφορίας σε Ψηφιακό Η/Υ



**Χάνεται Πληροφορία; Στη δειγματοληψία ή στην κβάντιση;
Τι λέει το θεώρημα Shannon;
Τι σημαίνει «επίπεδα κβάντισης»;**

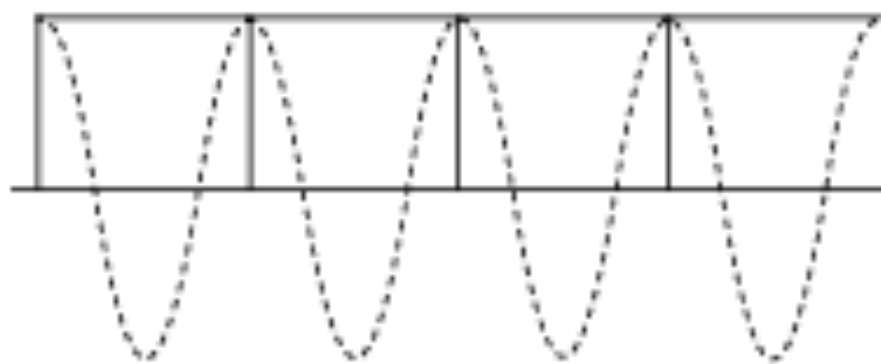


Ελάχιστος Ρυθμός δειγματοληψίας

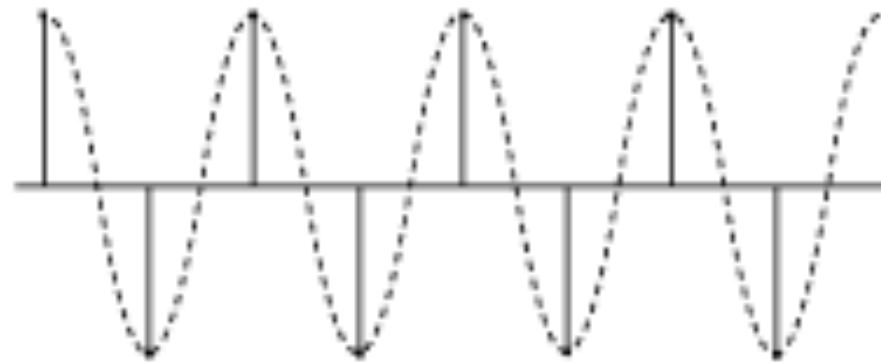
Πόσα δείγματα πρέπει να παίρνουμε κατά τη διακριτοποίηση ενός σήματος;

- Θεώρημα δειγματοληψίας του Shannon
 - Ένα συνεχές στο χρόνο σήμα $x(t)$ που περιέχει συχνότητες όχι μεγαλύτερες από $f_{\max}$ μπορεί να ανακατασκευαστεί ακριβώς από τα δείγματα του $x[n] = x[nT_s]$, αν τα δείγματα αυτά έχουν ληφθεί με συχνότητα $f_s = 1/T_s$ που είναι μεγαλύτερη από $2f_{\max}$

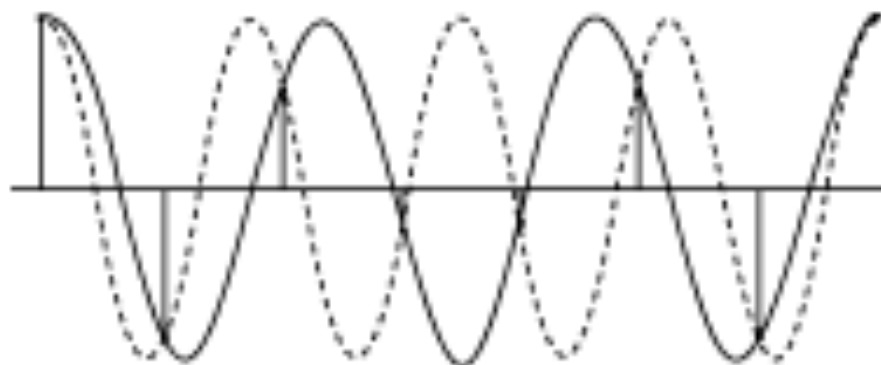
Ρυθμός δειγματοληψίας – Ανακατασκευή Σήματος



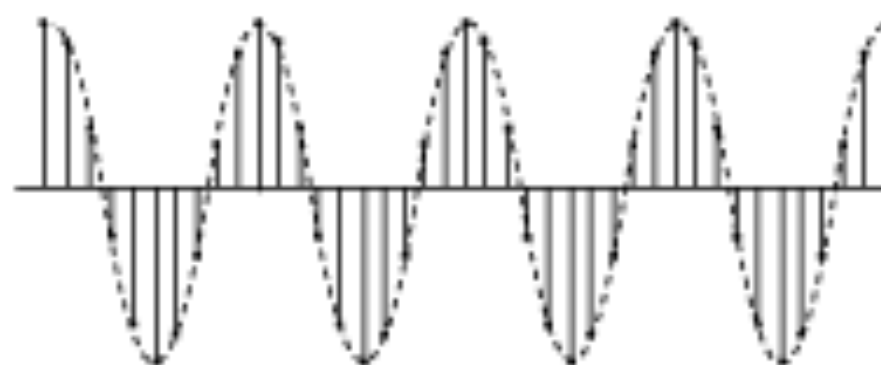
A. 1 sample/cycle



C. 2 samples/cycle



B. 7 samples/4 cycles



D. 10 samples/cycle

Bits και Bytes



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

- Το **bit** (μπιτ) (συμβολίζεται ως **b**) είναι ένα δυαδικό ψηφίο το οποίο μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.
- Οι υπολογιστές εργάζονται με το **δυαδικό σύστημα αρίθμησης** και χρησιμοποιούν δυαδικά ψηφία για να συμβολίζουν **εντολές** και **δεδομένα**.
- Η συντομογραφία bit προέρχεται από τη σύντμηση των λέξεων **B**inary **digi**T.



Bits και Bytes



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

Το **byte** είναι **μονάδα μέτρησης** ποσότητας πληροφορίας στα υπολογιστικά συστήματα.

1 byte ισοδυναμεί με 8 bit.

Το byte μπορεί να αντιπροσωπεύσει τιμές από 0 έως και 255 στο δεκαδικό σύστημα ($2^8 = 256$ τιμές).

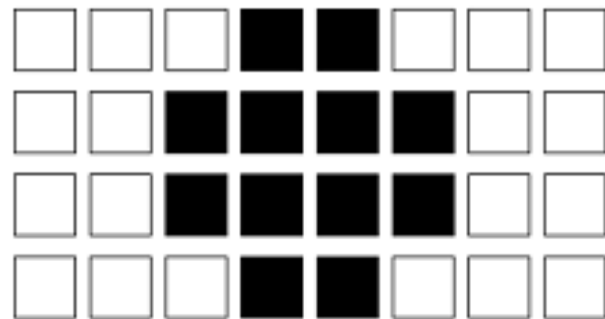
Το byte είναι και η βασική μονάδα μέτρησης (χώρου και πληροφορίας) στα υπολογιστικά συστήματα. Πολλαπλάσιά του είναι τα:

μονάδα	πλήθος μπάιτ	προσέγγιση
1 kilobyte (KB)	$2^{10}=1.024$	10^3
1 megabyte (MB)	$2^{20}=1.048.576$	10^6
1 gigabyte (GB)	$2^{30}=1.073.741.824$	10^9
1 terabyte (TB)	2^{40}	10^{12}
1 petabyte (PB)	2^{50}	10^{15}
1 exabyte (EB)	2^{60}	10^{18}



Αναπαράσταση της πληροφορίας στον Η/Υ

Ασπρόμαυρη Εικόνα Bitmap:



Image

0 0 0 1 1 0 0 0

0 0 1 1 1 1 0 0

0 0 1 1 1 1 0 0

0 0 0 1 1 0 0 0

Matrix Representation

00011000 00111100 00111100 00011000

Linear Representation



Αναπαράσταση της πληροφορίας στον Η/Υ

Αναπαράσταση Χρωμάτων:

	R	G	B
Red (with 100% intensity) →	11111111	00000000	00000000
Green (with 100% intensity) →	00000000	11111111	00000000
Blue (with 100% intensity) →	00000000	00000000	11111111
White (with 100% intensity) →	11111111	11111111	11111111



Αριθμητικά συστήματα

Γενικός κανόνας παράστασης σε ένα αριθμητικό σύστημα.

Ο αριθμός:

$$\alpha_{n-1}r^{n-1} + \alpha_{n-2}r^{n-2} + \dots + \alpha_1r^1 + \alpha_0r^0 + \alpha_{-1}r^{-1} + \dots + \alpha_{-m}r^{-m}$$

συμβολίζεται ως: $\alpha_{n-1} \alpha_{n-2} \dots \alpha_1 \alpha_0 \alpha_{-1} \dots \alpha_{-m}$

Ως βάση ή ρίζα ενός αριθμητικού συστήματος ορίζεται από το πλήθος των διαφορετικών ψηφίων που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των αριθμών

- Δεκαδικό: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Δυαδικό: 0 1
- Οκταδικό : 0 1 2 3 4 5 6 7
- Δεκαεξαδικό : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Συστήματα



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

Ένας δεκαδικός αριθμός αποτελείται από μία ακολουθία δεκαδικών ψηφίων και ίσως από μία υποδιαστολή. Οποιοσδήποτε αριθμός (ποσότητα) εκφράζεται ως:

$$(x)_b = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i b^i$$

όπου: b είναι η βάση του συστήματος ($b \geq 2$) και
αί τα ψηφία του αριθμού αυτού με τιμές 0 έως $b-1$

- Π.χ. 3347.4

$$= 3 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1}$$

- Το σύστημα αυτό ονομάζεται δεκαδικό, λόγω του ότι ως εκθετική βάση έχει επιλεγεί το 10.

Συστήματα



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

Βάση 10, ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Δυαδικό σύστημα αρίθμησης

Βάση 2, ψηφία 0, 1

Οκταδικό σύστημα αρίθμησης

Βάση 8, ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης

Βάση 16, ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Μετατροπές



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

(από οποιοδήποτε σύστημα στο δεκαδικό)

Ο τύπος της γενικής αναπαράστασης ενός αριθμού σε οποιοδήποτε σύστημα μας δίνει και την αξία του στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης (αφού γίνουν οι πράξεις).

Πολλαπλασιάζω κάθε ψηφίο του αριθμού που δίνεται (σε κάποιο σύστημα) με τη βάση του ίδιου του συστήματος υψωμένη σε δύναμη που προσδιορίζεται από τη θέση του ψηφίου στον αριθμό.

Στο **ακέραιο μέρος** ξεκινώ από το τελευταίο ψηφίο του (μονάδες) το οποίο βρίσκεται στη θέση 0 και συνεχίζω προς την αρχή του (κινούμαι αριστερά) αυξάνοντας συνεχώς τον αριθμό της θέσης κατά ένα.

Στο **κλασματικό μέρος** κινούμαι δεξιά θεωρώντας ότι το πρώτο κλασματικό ψηφίο βρίσκεται στη θέση -1 και σε κάθε βήμα μειώνω κατά ένα τον αριθμό της θέσης (-2, -3 κ.Ο.Κ.).

$$A^1=A, A^0=1, A^{-1}=1/A, A^{-2}=1/A^2$$

Παραδείγματα



$$(1673,42)_{10} =$$

$$1 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

$$(100110)_2 =$$

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = (38)_{10}$$

$$(372)_8 =$$

$$3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = (250)_{10}$$

$$(A34F,4)_{16} =$$

$$A \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + F \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} = (41807,25)_{10}$$

Μετατροπές



ΧΑΡΟΚΟΠΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
HAROKOPIO UNIVERSITY

(του δεκαδικού συστήματος σε οποιοδήποτε άλλο)

- Έστω αριθμός με **ακέραιο και κλασματικό μέρος** ($γγγγ,xxx$).
- Χωρίζω το ακέραιο από το κλασματικό μέρος $γγγγ$ και $0,xxx$
- Το **ακέραιο μέρος** του αριθμού διαιρείται (ακέραια διαίρεση) συνεχώς με τη βάση του συστήματος στο οποίο θέλουμε να το μετατρέψουμε.
- Η διαίρεση σταματάει όταν το πηλίκο γίνει 0.
- Ο ζητούμενος αριθμός προκύπτει παίρνοντας ανάποδα όλα τα **υπόλοιπα των διαιρέσεων**.
- Στη συνέχεια το **κλασματικό μέρος** πολλαπλασιάζεται συνεχώς με τη βάση του συστήματος στο οποίο θέλουμε να το μετατρέψουμε. Οποιοδήποτε ακέραιο μέρος παραχθεί κατά τον πολλαπλασιασμό, διαχωρίζεται πάλι από το κλασματικό μέρος (με βάση την παραπάνω λογική) και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Ο πολλαπλασιασμός σταματάει όταν φτάσουμε το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων που θέλουμε.
- Ο κλασματικός αριθμός στο νέο σύστημα σχηματίζεται παίρνοντας όλα τα ακέραια μέρη όλων των πολλαπλασιασμών που κάναμε με φορά από τον πρώτο προς τον τελευταίο.



Μετατροπές (ακέραιο μέρος)

Από δεκαδικό σε δυαδικό του 765 (Διαδοχικές ακέραιες διαιρέσεις με το 2):

7 6 5	1	
3 8 2	0	
1 9 1	1	
9 5	1	
4 7	1	
2 3	1	
1 1	1	
5	1	
2	0	
1	1	
0		1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 = 765



Μετατροπές (δεκαδικό μέρος)

Από δεκαδικό σε δυαδικό του 0,41

(Διαδοχικοί πολλαπλασιασμοί με το 2):

0,41	2	0,82	0
0,82	2	1,64	1
0,64	2	1,28	1
0,28	2	0,56	0
0,56	2	1,12	1

= 0,01101

Μετατροπές - Παράγωγα συστήματα

Συστήματα που η βάση του ενός είναι η ύψωση σε δύναμη της βάσης ενός άλλου ονομάζονται **παράγωγα συστήματα αρίθμησης**.

Παράδειγμα 1: το εννεαδικό σύστημα αρίθμησης είναι παράγωγο του τριαδικού γιατί $3^2=9$.

Παράδειγμα 2: το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης είναι παράγωγο του δυαδικού γιατί $2^4=16$.

Κάθε ψηφίο του **δεκαεξαδικού αριθμού** μετατρέπεται αυτόνομα στο **δυαδικό σύστημα** (χρησιμοποιώντας 4 δυαδικά ψηφία) και έτσι προκύπτει ο δυαδικός αριθμός και αντίστροφα.

Αντίστοιχα, κάθε ψηφίο του **οκταδικού αριθμού** μετατρέπεται αυτόνομα στο **δυαδικό σύστημα** (χρησιμοποιώντας 3 δυαδικά) και έτσι προκύπτει ο δυαδικός αριθμός και αντίστροφα.

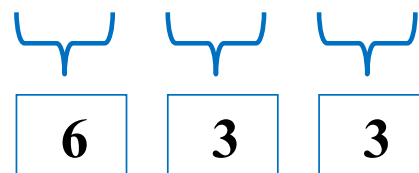
Decimal (base 10)	Binary (base 2)	Octal (base 8)	Hexadecimal (base 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F



Μετατροπές - Παράγωγα συστήματα

Δυαδικό	Οκταδικό	Δυαδικό	Οκταδικό
0 0 0	↔ 0	1 0 0	↔ 4
0 0 1	↔ 1	1 0 1	↔ 5
0 1 0	↔ 2	1 1 0	↔ 6
0 1 1	↔ 3	1 1 1	↔ 7

$$(633)_8 = (1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2$$

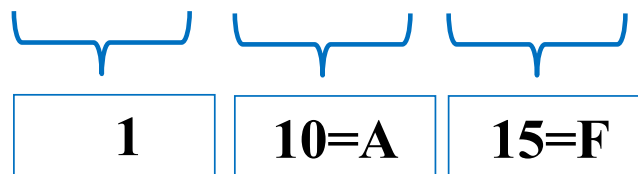




Μετατροπές-Παράγωγα συστήματα

Δυαδικό		Δεκαεξαδικό	Δυαδικό		Δεκαεξαδικό
0 0 0 0	↔	0	1 0 0 0	↔	8
0 0 0 1	↔	1	1 0 0 1	↔	9
0 0 1 0	↔	2	1 0 1 0	↔	A
0 0 1 1	↔	3	1 0 1 1	↔	B
0 1 0 0	↔	4	1 1 0 0	↔	C
0 1 0 1	↔	5	1 1 0 1	↔	D
0 1 1 0	↔	6	1 1 1 0	↔	E
0 1 1 1	↔	7	1 1 1 1	↔	F

$$(1AF)_{16} = (0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1)_2$$





Quiz: Πώς συμβολίζουμε τον αριθμό 16 στο δεκαεξαδικό σύστημα

A. 1F

B. 10

Γ. 11



Μετατροπές - Παράγωγα συστήματα

Από δυαδικό σε οκταδικό

$$(1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1,0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

Χωρίζουμε σε τριάδες από την υποδιαστολή
προς τα αριστερά (ακέραιο μέρος) και από την
υποδιαστολή προς τα δεξιά (δεκαδικό μέρος)

(κατά περίπτωση προσθέτουμε μηδενικά)

$$(1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1,0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

1	2	7	3	2
---	---	---	---	---



Μετατροπές - Παράγωγα συστήματα

Από δυαδικό σε δεκαεξαδικό

$$(1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1,0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

Χωρίζουμε σε τετράδες από υποδιαστολή προς τα αριστερά (ακέραιο μέρος) και από υποδιαστολή προς τα δεξιά (δεκαδικό μέρος)

(κατά περίπτωση προσθέτουμε μηδενικά)

$$(1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1,0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

5	15=F	6	8
---	------	---	---